

LE NAPPERON

Un problème pour travailler sur la symétrie axiale.

Marie-Lise PELTIER
Maître de conférences, IUFM de Rouen

Introduction

Les instructions officielles de l'école primaire mettent l'accent sur le rôle de la résolution de problèmes dans l'apprentissage des mathématiques. Mais si dans le domaine numérique, les professeurs se sentent généralement à même de construire ou de choisir des problèmes permettant aux élèves de développer une réelle activité intellectuelle et de construire certaines connaissances, il leur est souvent plus difficile d'envisager une activité en géométrie à l'école qui puisse être un « problème » pour les élèves. Pour nombreux d'entre eux, les problèmes en géométrie sont liés à la notion de démonstration, et relèvent donc du collège. L'enseignement de la géométrie à l'école leur paraît souvent proche de la « leçon de choses », c'est-à-dire une succession de séances où il s'agit d'introduire du vocabulaire, de donner quelques définitions, de faire « manipuler » les élèves.

Je vais présenter ici une situation en géométrie qui, d'après moi, fait intervenir la notion de symétrie axiale comme réponse à un problème, et qui permet de mettre en avant :

- le rôle de l'anticipation : il est nécessaire de faire des hypothèses, d'anticiper l'action, avant de l'exécuter ;
- le rôle de la manipulation : ici la manipulation est support pour l'anticipation.

Dans l'analyse didactique de la séance, la réflexion porte aussi sur le rôle de l'erreur dans la situation (les erreurs produites constituent des aides à la réflexion, et l'élève peut les dépasser en s'appuyant sur elles), et sur la validation qui est en grande partie à la charge de l'élève.

Description de l'activité

Les élèves doivent reproduire un « napperon » en papier qui est affiché au tableau. Il est précisé que ce napperon doit être réalisé en pliant une feuille de papier et en découpant tout ce que l'on souhaite, puis de déplier et de comparer avec le modèle.

Cette situation peut être proposée à différents niveaux de classe en fonction du modèle choisi pour le « napperon ».

1. Analyse préalable

1.1. Les variables de la situation

Le choix des découpes du napperon est très important. En fonction de ce choix, la réflexion pourra être centrée :

- sur les positions relatives des différentes découpes et sur des questions d'orientation ;

- sur la forme des découpes : celles-ci peuvent être choisies de telle sorte que l'exécutant utilise implicitement des « théorèmes en acte »¹ relatifs à l'existence d'axe(s) de symétrie dans certaines figures pour obtenir le résultat souhaité. Par exemple pour obtenir une découpe ayant la forme d'un triangle isocèle, on coupe perpendiculairement au pli, ce qui revient à appliquer la propriété suivante « dans un triangle isocèle l'axe de symétrie est également hauteur ».

Le nombre d'axes de symétrie du napperon est également une variable à étudier en fonction de la classe dans laquelle on souhaite proposer la situation :

- Un seul axe rend la tâche assez aisée pour être proposée au cycle 2 (exemple 1 en annexe).
- Le choix de deux axes, intéressant dans la mesure où le degré de complexité est raisonnable et le temps est assez facile à gérer, convient bien en début de cycle 3 (exemple 2 et 3).
- Le cas de 4 axes, également intéressant, peut être choisi en fin de cycle 3 pour travailler sur les axes de symétrie des polygones usuels (exemple 4, 5, 6, 7).
- Celui de 3 axes (exemple 8) nécessite un pliage plus difficile en trois qui permet de proposer la situation à des élèves de sixième.

Le fait de laisser ou non apparents les plis du modèle, d'introduire des plis parasites, ou de les supprimer complètement peut avoir une incidence sur les stratégies des élèves dans la mesure où ils sont des indices pertinents ou non à prendre en compte.

Une photocopie du modèle pour chaque élève est souhaitable de manière à permettre une analyse individuelle précise, mais dans une dimension différente de celle des feuilles qui seront distribuées pour être découpées afin d'éviter le recours au décalquage des découpes sur le modèle.

1.2. Les critères de conformité au modèle

Les réalisations des élèves seront considérées comme conformes au modèle lorsque les éléments suivants auront été respectés :

- le nombre de pliages,
- le nombre de découpes,
- la forme² des découpes,
- les positions relatives des différentes découpes,
- l'orientation des découpes.

1.3. Les procédures envisageables

- Identification du nombre d'axes de symétrie et réalisation des pliages associés, repérage des éléments à découper,
- Pliage en deux quel que soit le nombre d'axes de symétrie et reproduction des découpes sur ce pliage en deux,

¹ Notion empruntée à G.VERGNAUD

² La notion de forme d'une découpe est délicate. Les exigences quant à la forme des découpes ne seront pas les mêmes suivant les niveaux de classe. Au cycle 2, c'est l'aspect global qui doit être respecté : découpes arrondies ou polygonales, et dans certains cas, nombre de côtés du polygone. Au cycle 3, c'est la forme au sens euclidien qui devra être conservée, ainsi par exemple les quadrilatères et les triangles particuliers devront être reproduits comme tels, les alignements devront être respectés, c'est la raison pour laquelle il est souhaitable que les élèves disposent d'un modèle individuel pour pouvoir l'analyser.

- Pliage en deux ou en quatre puis reproduction par découpage sur le papier ainsi plié de toutes les découpes du modèle complet,
- Pliage en deux ou en quatre, découpes de certaines parties, dépliage et rectification sur la feuille dépliée.

1.4. La validation

La validation se fait par confrontation visuelle au modèle. Bien évidemment les réalisations obtenues ne sont pas superposables au modèle. Ce qui doit être respecté, comme il a été indiqué ci-dessus, ce sont les formes géométriques des découpes, leur nombre, leurs positions relatives, leur orientation.

Il est nécessaire de proposer des modèles tels que les enfants puissent décider tout seuls s'ils ont ou non réussi, il est donc important que les erreurs éventuelles soient visibles et pour cela il importe de choisir des napperons avec des découpes de formes différentes et en nombre différent sur chacun des axes et sur deux côtés consécutifs du carré.

En cycle 2, la forme des découpes doit être simple : quadrilatères quelconques, découpes arrondies etc. En cycle 3 il sera intéressant de proposer des découpes qui permettent de travailler l'existence d'axes de symétrie pour les polygones usuels.

1.5. La prise en compte des essais et des erreurs

Les essais erronés sont intéressants à conserver. Ils ont plusieurs fonctions.

- La première, tout à fait fondamentale, est de permettre à son auteur de mener une réflexion et une analyse fine des effets d'un découpage sur un papier plié en 2, en 4, ou en 6. L'erreur peut alors être un point de départ pour affiner la réflexion : en analysant l'effet de telle découpe sur le papier déplié, l'élève fera des hypothèses sur les modifications à effectuer pour obtenir le résultat souhaité³. L'erreur acquiert ainsi un statut positif, voisin du statut qu'elle a dans la recherche.
- Une seconde fonction provient du fait que chaque réalisation ayant été obtenue par pliage admettra au moins un axe de symétrie. Il sera donc possible dans la seconde partie du travail de mettre en évidence les axes de symétrie des différents napperons, de faire des constats sur le motif minimum à conserver dans chaque cas pour obtenir le napperon complet en appliquant à ce motif les symétries axiales mises en évidence.

1.6. La synthèse et l'institutionnalisation

La synthèse portera à la fois sur les aspects méthodologiques et notionnels, elle sera bien sûr fonction du niveau de la classe et du modèle de napperon choisi.

- Les différentes méthodes mises en œuvre pour réussir seront rappelées
- Les notions suivantes seront dégagées
 - la notion d'axe(s) de symétrie d'une figure plane (cycle 2 et 3)
 - les axes de symétrie de figures usuelles (triangle isocèles, losange, rectangle, octogone, carré, demi cercle, cercle etc. (cycle 3).
 - La notion de centre de symétrie dans le cas d'un nombre pair d'axes de symétrie (collège).

³ Ainsi par exemple, si un élève effectue une découpe en forme de demi-cercle sur un bord du papier plié en quatre au lieu de l'effectuer sur un pli, il constate en ouvrant qu'il n'obtient pas les cercles souhaités mais des demi-cercles sur les bords du napperon. Lors de l'essai suivant l'élève prend en compte la position du cercle à découper par rapport au pli effectué donc à l'axe de symétrie concerné.